SEGUNDO PARCIAL **CÁLCULO NUMÉRICO** 1-9-2010

- Duración del examen: 2 horas

- La nota del examen será la media de la nota de los problemas planteados. Los problemas puntúan lo mismo.

- Fecha prevista de publicación de notas: 13 de septiembre -2010

- Los alumnos que deseen revisar su examen deberán solicitarlo por escrito los días 14 y 15 de Septiembre (de 9:00 a 14:00 horas) en el despacho D-5210. La revisión en presencia del alumno será el día 17 de Septiembre a las 13 horas en la Sala de Reuniones 2, situada junto a D.5208.

1° Problema

Sea el Sistema Lineal

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2k \\ 2k^2 & 1 & 2k^2 \\ -2k & 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l \\ m \\ n \end{pmatrix}$$

Con k, l, m y n, números enteros.

Se pide:

1º) Hallar los autovalores de la matriz del método de Jacobi correspondiente al sistema anterior.

2º) Probar la convergencia del método anteriormente citado, indicando si la condición empleada es suficiente o necesaria y suficiente.

3º) Si $k = 1$, estudiar la convergencia del método de Gauss-Seidel aplicado a la solución del sistema dado.

4º) Si $k = 1$, estudiar la existencia de la factorización de Cholesky aplicado a la matriz del sistema dado.

2° Problema

Suponiendo $a > 0$, obtener los valores de a, k, x_0, x_1 de modo que la fórmula de integración

$$\int_{-a}^{a} f(x)dx \cong k\left[f(x_0) + f(0) + f(x_1)\right] \qquad (1)$$

sea exacta para polinomios del mayor grado posible. ¿Cuál es ese grado máximo de exactitud? Explicar si, para los valores obtenidos, la fórmula (1) es o no de tipo interpolatorio, y si se trata o no de una fórmula de cuadratura de Gauss.

3° Problema

Considérese la expresión general de los métodos de Runge-Kutta de segundo orden o de dos evaluaciones (Rkm_2)

$$y_{n+1} = y_n + h\sum_{i=1}^{2} w_i k_i$$

$$k_i = f\left(x_n + \alpha_i h, y_n + h\sum_{j=1}^{i-1} \beta_{ij} k_j\right), \qquad \alpha_1 = 0$$

Obtener la fórmula del método de orden 2 (m=2) con $w_1 = w_2$